

## Потребление – функция располагаемого дохода, возрастающая медленнее, чем сам доход.  
 Инвестиции – возрастающая функция ВВП и убывающая функция процентной ставки.  
 ВВП = потребительские расходы + инвестиционные расходы + государственные расходы.

$y^{(1)}$  – потребительские расходы       $x^{(1)}$  – налоги  
 $y^{(2)}$  – инвестиционные расходы       $x^{(2)}$  – процентная ставка  
 $y^{(3)}$  – ВВП       $x^{(3)}$  – государственные расходы

$$\begin{cases} y_t^{(1)} = \alpha_0 + \alpha_1(y_t^{(3)} - x_t^{(1)}) + \delta_t^{(1)}, \\ y_t^{(2)} = \beta_1 y_{t-1}^{(3)} + \beta_2 x_t^{(2)} + \delta_t^{(2)}, \\ y_t^{(3)} = y_t^{(1)} + y_t^{(2)} + x_t^{(3)}. \end{cases} \quad 0 < \alpha_1 < 1, \beta_1 > 0, \beta_2 < 0.$$

**1. Структурная форма**

$$\begin{cases} y_t^{(1)} - \alpha_0 - \alpha_1(y_t^{(3)} - x_t^{(1)}) = \delta_t^{(1)}, \\ y_t^{(2)} - \beta_1 x_t^{(4)} - \beta_2 x_t^{(2)} = \delta_t^{(2)}, \\ y_t^{(3)} - y_t^{(1)} - y_t^{(2)} - x_t^{(3)} = 0. \end{cases} \quad m=3, \quad m_1=2, \quad m_2=1, \quad p=4 \left( x_t^{(0)} \equiv 1, x_t^{(4)} \equiv y_{t-1}^{(3)} \right).$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} -\alpha_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad C_1 = \begin{pmatrix} -\alpha_0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta_2 & 0 & -\beta_1 \end{pmatrix}$$

$$B_3 = (-1 \quad -1) \quad B_4 = (1) \quad C_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Статистическому оцениванию подлежат 4 коэффициента из 24:  $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \beta_2$ .

**2. Структурная форма с исключенными тождествами (исключаем  $y_t^{(3)} = y_t^{(1)} + y_t^{(2)} + x_t^{(3)}$ ):**

$$\begin{cases} (1 - \alpha_1)y_t^{(1)} - \alpha_1 y_t^{(2)} - \alpha_0 + \alpha_1 x_t^{(1)} - \alpha_1 x_t^{(3)} = \delta_t^{(1)}, \\ y_t^{(2)} - \beta_2 x_t^{(2)} - \beta_1 x_t^{(4)} = \delta_t^{(2)}. \end{cases}$$

$$B^* = \begin{pmatrix} 1 - \alpha_1 & -\alpha_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C^* = \begin{pmatrix} -\alpha_0 & \alpha_1 & 0 & -\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta_2 & 0 & -\beta_1 \end{pmatrix}$$

**3. Приведенная форма (выражаем  $y_t^{(1)}$  и  $y_t^{(2)}$  через  $x_t^{(0)}, x_t^{(1)}, \dots, x_t^{(4)}$ ):**

$$\begin{cases} y_t^{(1)} = \frac{1}{1 - \alpha_1} (\alpha_0 - \alpha_1 x_t^{(1)} + \alpha_1 \beta_2 x_t^{(2)} + \alpha_1 x_t^{(3)} + \alpha_1 \beta_1 x_t^{(4)}) + \frac{1}{1 - \alpha_1} (\delta_t^{(1)} + \alpha_1 \delta_t^{(2)}), \\ y_t^{(2)} = \beta_2 x_t^{(2)} + \beta_1 x_t^{(4)} + \delta_t^{(2)}. \end{cases}$$

$$\Pi^* = \begin{pmatrix} \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} & \frac{-\alpha_1}{1 - \alpha_1} & \frac{\alpha_1 \beta_2}{1 - \alpha_1} & \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1} & \frac{\alpha_1 \beta_1}{1 - \alpha_1} \\ 0 & 0 & \beta_2 & 0 & \beta_1 \end{pmatrix} \quad \varepsilon_t^* = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 - \alpha_1} \delta_t^{(1)} + \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1} \delta_t^{(2)} \\ \delta_t^{(2)} \end{pmatrix}$$

**Этапы эконометрического исследования**

1. *Постановочный* (цели исследования, выбор показателей).
2. *Априорный* (предмодельный анализ сущности явления).
3. *Параметризация* (выбор модели, формы связей).
4. *Информационный* (сбор статистической информации).
5. *Идентификация модели* (статистическое оценивание параметров).
6. *Верификация модели* (сопоставление реальных и модельных данных, оценка точности).
7. *Прогнозирование и управление.*

### Спецификация модели (этапы 1–3)

На этапах спецификации модели часто формулируются априорные ограничения относительно значений отдельных элементов матриц  $B$  и  $C$ , а также стохастической природы остатков  $\Delta_t$ !

1.  $M\delta_t^{(j)} \equiv 0$  – остатки имеют нулевые средние значения.
2.  $M(\delta_t^{(i)}, \delta_t^{(j)}) = 0, i \neq j$  – остатки не коррелируют друг с другом.
3.  $M(\delta_{t_1}^{(j)}, \delta_{t_2}^{(j)}) = 0, t_1 \neq t_2$  – остатки не имеют автокорреляций.
4.  $D\delta_t^{(j)} = const$  – гомоскедастичность (постоянство дисперсии) остатков.

Часто нельзя сказать что-то определенное о свойствах остатков  $\varepsilon_t^*$ . Это создает существенные трудности в статистическом анализе уравнений приведенной формы.

### Идентификация модели

Уравнение структурной формы называется:

1. *Точно идентифицируемым* – если все участвующие в нем неизвестные коэффициенты однозначно восстанавливаются по коэффициентам приведенной формы.
2. *Сверхидентифицируемым* – если все участвующие в нем неизвестные коэффициенты восстанавливаются по коэффициентам приведенной формы, причем некоторые из них могут принимать одновременно несколько значений.
3. *Неидентифицируемым* – если хотя бы один из участвующих в нем неизвестных коэффициентов не может быть восстановлен по коэффициентам приведенной формы.

Эконометрическая модель называется *точно идентифицируемой*, если все уравнения ее структурной формы являются точно идентифицируемыми.

Эконометрическая модель называется *неидентифицируемой*, если хотя бы одно уравнение ее структурной формы является неидентифицируемым.

### Методы идентификации

1. *Метод наименьших квадратов* (линейная модель множественной регрессии с гомоскедастичными неавтокоррелированными остатками – классическая модель).
2. *Взвешенный метод наименьших квадратов* (линейная модель множественной регрессии с гетероскедастичными остатками).
3. *Обобщенный метод наименьших квадратов* (линейная модель множественной регрессии с автокоррелированными остатками; с более сложной взаимозависимостью остатков).

### Методы верификации

Наиболее распространен *метод ретроспективных расчетов*:

$$\text{Обучающая выборка: } \left\{ \begin{pmatrix} Y_1^T \\ \dots \\ Y_{n-k}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1^T \\ \dots \\ X_{n-k}^T \end{pmatrix} \right\}.$$

$$\text{Экзаменуемая выборка: } \left\{ \begin{pmatrix} Y_{n-k+1}^T \\ \dots \\ Y_n^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{n-k+1}^T \\ \dots \\ X_n^T \end{pmatrix} \right\}.$$

По обучающей выборке оцениваем коэффициенты модели, делаем прогноз для экзаменуемой выборки, сравниваем с наблюдаемыми значениями.